氏名	宮 地 秀 樹
学 位 の 種 類	博　　士（理　学）
学 位 記 番 号	第3717号
学位授与年月日	平成12年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当者
学 位 論 文 名	Cusps in boundaries of slices for once punctured torus groups （一点穴あきトーラス群のスライスの境界内のカスプについて）
論文審査委員	主 査 教 授 今吉 洋一　副主査 教 授 釜江 哲朗 副主査 教 授 加須栄 篤

論 文 内 容 の 要 旨

この論文は，一次元タイヒミュラー空間のスマキット埋め込みとアール埋め込みの像の解析的，幾何学的性質を与えている。詳しく述べる。ε とMをそれぞれアール埋め込みとマスキット埋め込みの像とする。ε とMはそれぞれ複素平面C内の単連結な真部分領域であり，それぞれのC－{0}とC内での閉包内の点にはクライン群が対応する。このとき，この論文の主定理は次の ε とMの幾何学的性質である：

（主定理）幾何学的有限群が対応する ε とMの境界点はそれぞれ ε とMの内方向カスプである。

ここで，複素平面内の領域Dの境界点x_0がDの内方向カスプであるとは，次の様な円板Bがとれるときに言う；すなわち，Bは原点を境界に含みかつ，任意のBの点tについてx_0+t^2がDに含まれる。この主定理から特に ε とMは擬円板で無いことが判る。更に幾何学的有限群が対応する点はそれぞれの境界内に稠密に存在することが知られているので，この定理は境界の幾何学的な複雑さを表している。主定理はD.J. Wrightの予想を解くことにより証明される。

次にこの論文に書いてある ε とMの解析的性質について述べる。上記のように ε とMの境界は，内方向カスプを稠密に含むと言う意味で幾何学的には複雑である。一方，それらは解析的には適当に取り扱いやすい性質をもつ，すなわち次の定理が成立する。

（定理）$\mathcal{X}$を ε 又はMとする。z_1とz_2を幾何学的有限群が対応する $\mathcal{X}$ の境界点とし，hを $\mathcal{X}$ の正則自己同型で$h(z_1)=z_2$とする。このとき，h は次の意味でz_1で微分可能である。

$$h(z)=z_2+a(z-z_1)+o(|z-z_1|),$$

ここで$z \to z_1$はz_1を頂点とする尖状領域内より近づくものとする。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

1次元タイヒミュラー空間のEarle埋め込みとMaskit埋め込みの像をそれぞれ ε とMとする。これらは，複素平面C内の単連結な真部分領域であり，それらの各点には1点穴開きのトーラスを表すクライン群が対応している。ε のC＼{0} における境界点やMのCにおける境界点にもクライン群が対応するが，これらのクライン群は1点穴開きのトーラスを表してはいない。

本論文の主定理は，次の ε とMの幾何的性質である。

定理1 $\mathcal{E}$ とMの境界点で幾何学的に有限なクライン群が対応するものは，それぞれ$\mathcal{E}$ とMの内方向カスプである。

ここで，複素平面内の領域Dの境界点x_0がDの内方向カスプであるとは，次の様な円板Bが取れるときにいう。すなわち，Bは原点を境界に含みかつ，任意のBの点tについてx_0+t^2がDに含まれる。この主定理から，特に「$\mathcal{E}$ とMは擬円板でない」ことが判る。さらに，幾何学的に有限なクライン群が対応する点は，それぞれの境界内に稠密に存在することが知られているので，この主張は$\mathcal{E}$ とMの境界が複雑な形をしていることを表している。

次に$\mathcal{E}$ とMの解析的性質について述べる。上記のように，$\mathcal{E}$ とMの境界は内方向カスプを稠密に含むと言う意味で幾何的には複雑である。ところが，次の定理が得られたので，それらは解析的にはある程度は取り扱いやすい性質をもっていることがわかる。

定理2 $\mathcal{X}$を$\mathcal{E}$ 又はMとする。z_1とz_2を幾何学的に有限なクライン群に対応する$\mathcal{X}$の境界点とし，hを$\mathcal{X}$の正則自己同型で$h(z_1)=z_2$となるものとする。このとき，hは次の意味でz_1において微分可能である。

$$h(z)=z_2+a(z-z_1)+o(|z-z_1|)$$

ここで$z\to z_1$はz_1を頂点とする尖状領域内より近づくものとする。

以上の結果は，1次元タイヒミュラー空間のEarle 埋め込みとMaskit埋め込みの像の解析的，幾何的性質についての重要な結果を導き，タイヒミュラー空間，クライン群についての新しい知見をもたらすものである。よって，博士（理学）の学位授与に値するものと審査した。